

Inhalt

Vorwort S. 9

Die Entstehung des arithmetischen Denkens S. 11

Zur Rolle der Rechenmittel in der altägyptischen und der altbabylonischen Arithmetik

von Peter Damerow

1. Vorbemerkung: Rechenbrett und Stäbchenziffern S. 11

2. Strukturelle Eigentümlichkeiten der altägyptischen Arithmetik S. 14
Überlieferte Quellen S. 14; Das ägyptische Rechenschema S. 15; Mathematischer Exkurs: Stammbruchzerlegungen S. 18; Strukturelle Probleme des Rechnens mit Stammbrüchen im ägyptischen Rechenschema S. 19; Die Verdoppelung von Stammbrüchen S. 21; Der Hilfszahlenalgorithmus S. 21; Dominanz additiver Operationen S. 24; Die Frage nach den Gründen für die strukturellen Eigentümlichkeiten der altägyptischen Arithmetik S. 25.

3. Die altägyptischen Rechenmittel S. 26

Rechnen, eine Arbeitstechnik der Schreiber S. 26; Exkurs: Zahlendarstellung durch Schriftzeichen S. 28; Die hieratischen Zahlzeichen S. 31; Die hieroglyphischen Zahlzeichen S. 32; Beziehungen zwischen dem Rechenschema und den Zahlzeichen S. 35; Beziehungen zwischen der Stammbruchdarstellung und dem Rechnen mit hieroglyphischen Zahlzeichen S. 36; Tabellen als Rechenmittel S. 38.

4. Die Quellen zur Rekonstruktion der Vorgeschichte der altbabylonischen Arithmetik S. 39

Zur Chronologie S. 39; Die verspätete Entdeckung der Rechensteine S. 41; Wirtschaftstexte S. 42; Mathematische Texte S. 43.

5. Strukturelle Eigentümlichkeiten der altbabylonischen Arithmetik S. 43

Das sexagesimale Stellenwertsystem S. 43; Mehrdeutigkeit der babylonischen Zahlzeichen S. 44; Ein Stellenwertsystem ohne Null? S. 45; Gibt es in der babylonischen Arithmetik Rechenalgorithmen? S. 46;

Mathematischer Exkurs: Die Struktur der babylonischen Arithmetik S. 47; Die Frage nach den Gründen für die strukturellen Eigentümlichkeiten der babylonischen Arithmetik S. 50.

6. Die Geschichte der mesopotamischen Rechenmittel S. 51

6.1 Rechenmittel vor der Erfindung der Schrift S. 51

Zahlwörter S. 51; Rechensteine S. 52; Meßmittel und Maßeinheiten S. 54; Die Rechensteintechnik als Verwaltungsinstrument in der frühen Tempelwirtschaft S. 56; Von den Rechensteinen zur Schrift S. 58.

6.2 Kontextabhängige Zahlzeichen S. 60

Die ‚Zahlzeichen‘ der archaischen Wirtschaftstexte S. 60; Die ‚Quadrat-zahltafel‘ aus Schuruppak S. 64; Metrologische Bedeutung der Tafel S. 67; Zahlzeichen und Meßmittel S. 69; Die Funktion der sexagesimalen Gliederung von Maßbeziehungen S. 71; Relativität der Einheit S. 72; Rechentechnik in den frühdynastischen Wirtschaftstexten S. 73.

6.3 Die Entstehung der Sexagesimalzahlen S. 80

Reform der Zahlzeichen und Meßstandards in den ersten Großreichen S. 80; Operative Bezeichnung der Stammbrüche bei den Gewichtsmaßen für Silber S. 82; Die Reziprokentafel S. 84; Revolutionierung der Zahlzeichen und ihrer Arithmetik S. 87.

6.4 Altbabylonische Rechentechnik S. 89

Einführung der Multiplikation als Rechenoperation S. 89; Metrologische Sexagesimaltabellen und die Herkunft der Quadratzahltafeln S. 91; Die altbabylonische Standardrechentafel S. 95; Das ungelöste Problem der Division S. 98; Arithmetik und Algebra S. 103.

7. Resümee: Rechenmittel und arithmetisches Denken S. 106

Rechensteine und Sprache S. 115

Zur Begründung der wissenschaftlichen Mathematik durch die Pythagoreer
von Wolfgang Lefèvre

1. Vorüberlegungen S. 115

Ursprung der wissenschaftlichen Mathematik S. 115; Kein innermathematischer Vorgang S. 117; Eine bewußte Schöpfung? S. 119; Das Wissenschaftsverständnis bei Plato und Aristoteles S. 120; Die Pioniere: Aristokratische Geheimbünde S. 121; Das wissenschaftshistorische Problem S. 122.

2. *Die Lehre vom Geraden und Ungeraden – wissenschaftlicher Charakter und philosophische Implikationen S. 124*

Zur Überlieferung S. 124; Der beweisende Charakter der Lehre S. 126; Definitionen und Elemente S. 127; Das Aggregationsmodell und die Rettung der Arithmetik S. 129; Aggregationsmodell und Naturphilosophie S. 131; Negation des Werdens S. 132.

3. *Die Entwicklung der Lehre zur beweisenden Theorie S. 134*

3.1 Die $\psi\eta\phi\omicron\iota$ -arithmetische Lehre S. 134

Pythagoreischer Gebrauch der Rechensteine S. 134; Demonstration der Lehre mit $\psi\eta\phi\omicron\iota$ S. 138; Einzelne Sätze S. 139; Die Lehre als strukturiertes Ganzes S. 140; Umkehrung der Schlußrichtung S. 141; Analytische Klassifikation S. 142; Vollständige Klassifikation und bestimmte Negation S. 143; Die Sprache als neues gegenständliches Mittel der Mathematik S. 145; Elemente und Operationen als gesetzte Voraussetzungen S. 147.

3.2 Die beweisende Lehre S. 152

Der deduktive Zusammenhang der Lehre S. 152; Aggregation zweiter Stufe S. 155; Indirekter Beweis S. 156; Arithmetik und Dialektik S. 159.

4. *Resümee: Sprache und wissenschaftliches Denken S. 163*

Beobachten, Kalkulieren, Eingreifen S. 171

Zusammenhänge zwischen Gesellschaftstheorie und Naturtheorie bei der Entstehung der rechnend-experimentellen Wissenschaft im 17. Jahrhundert

von Jens Brockmeier und Johannes Rohbeck

1. *Die Fragestellung S. 171*

2. *Das Experiment als Mittel der Naturerkenntnis S. 174*

Das Experiment als Induktion S. 175; Newtons ‚hypotheses non fingo‘ – Erkenntnis- oder Darstellungsprinzip? S. 176; Logischer Folgezusammenhang und experimenteller Folgezusammenhang S. 178; Wie fand Galilei das Quadratgesetz? – Das Experiment an der schiefen Ebene S. 180; Was war die Theorie? S. 185; Der theoretische Anspruch der ‚nuove scienze‘: Eine neuartige Begründung S. 187; Bestätigen, Erklären, Beweisen S. 192; Das Herstellen einer Frage und einer Antwort S. 193.

3. Erkenntnismittel in der politischen Ökonomie S. 195

Läßt sich die naturwissenschaftliche Methode auf die politische Ökonomie übertragen? S. 195; Die Experimentierphase in den Anfängen der neuzeitlichen Ökonomie S. 198; Die Handelsbilanz als Mittel der Wirtschaftsplanung S. 201; Die Handelsbilanz als Mittel der ökonomischen Theorie S. 203; Die Entstehung einer ökonomischen Gesamtheorie im Übergang vom Monetar- zum Merkantilsystem S. 208; Die Reichweite der Handelsbilanzlehre S. 213.

4. Resümee: Wissenschaftliche Arbeitsmittel und wissenschaftliche Theorieform S. 218

Arbeitsmittel der Wissenschaft S. 223

Nachbemerkung zur Theorie der Wissenschaftsentwicklung
von Peter Damerow und Wolfgang Lefèvre

Arbeit und Erkenntnis S. 223; Die Entstehung der Wissenschaft S. 224;
Die Rolle der Mittel wissenschaftlicher Arbeit S. 227; Kontinuität und
Diskontinuität in der Wissenschaftsentwicklung S. 229.

Anhang S. 235

Anmerkungen S. 235

Bildquellennachweise S. 245

Literatur S. 247

Sachregister S. 253