

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	1
Voraussetzungen	6

I Gruppen: Grundlagen

§ 1	Gruppen, Untergruppen und Nebenklassen	7
§ 2	Normale Untergruppen und Homomorphismen	13
§ 3	Die symmetrische Gruppe	16
§ 4	Faktorgruppen und Isomorphiesätze	18
§ 5	Direkte und semidirekte Produkte, Gruppenerweiterungen	20
§ 6	Operationen von Gruppen auf Mengen	23
	Übungen	26

II Gruppen: Strukturtheorie

§ 1	Die Sätze von Sylow	31
§ 2	Normal- und Kompositionsreihen	34
§ 3	Auflösbare Gruppen	36
§ 4	Nilpotente Gruppen	38
§ 5	Abelsche Gruppen	42
	Übungen	48
A	Freie Gruppen, Erzeugende und Relationen	51
B	Die allgemeine lineare Gruppe	57

III Ringe

§ 1	Ringe, Homomorphismen und Ideale	69
§ 2	Einheiten, Nullteiler	72
§ 3	Kommutative Ringe	73
§ 4	Ringe der Brüche	77
§ 5	Teilbarkeit in Integritätsbereichen	78
	Übungen	83

IV Polynomringe

§ 1	Polynome	87
§ 2	Nullstellen von Polynomen	89
§ 3	Polynome in mehreren Veränderlichen	91
§ 4	Unzerlegbare Elemente	96
	Übungen	101
C	Schiefpolynomringe	104

V Elementare Theorie der Körpererweiterungen

§ 1	Körpererweiterungen	109
§ 2	Einfache Erweiterungen	110
§ 3	Algebraische Erweiterungen	112
§ 4	Zerfallungskörper	116
§ 5	Separable Erweiterungen	119
§ 6	Endliche Körper	122
	Übungen	124

VI Galoistheorie

§ 1	Galoiserweiterungen	129
§ 2	Einheitswurzeln	133
§ 3	Lineare Unabhängigkeit von Körperhomomorphismen, Normalbasen	139
§ 4	Die Polynome $X^n - a$	142
§ 5	Auflösbarkeit von Gleichungen	145
§ 6	Norm und Spur	149
	Übungen	153

VII Moduln : Allgemeine Theorie und Moduln über Hauptidealringen

§ 1	Definitionen	159
§ 2	Faktormoduln und Isomorphiesätze	162
§ 3	Direkte Summen und Produkte	163
§ 4	Erzeugendensysteme und Basen	164
§ 5	Exakte Folgen	166
§ 6	Endlich erzeugbare und noethersche Moduln	167
§ 7	Unzerlegbare Moduln	169
§ 8	Moduln über Hauptidealringen	171
§ 9	Moduln über $K[X]$	177
§ 10	Tensorprodukte von Moduln	180
	Übungen	186
D	Der Hilbertsche Basissatz	191
E	Projektive und injektive Moduln	194
F	Erweiterungen von Moduln	199

VIII Halbeinfache und artinsche Moduln und Ringe

§ 1	Einfache und halbeinfache Moduln	207
§ 2	Halbeinfache Ringe	213
§ 3	Der Dichtesatz	217
§ 4	Algebren	218
§ 5	Gruppenalgebren	220
§ 6	Artinsche Moduln	221
§ 7	Das Radikal eines Moduls	223
§ 8	Artinsche Ringe	225
§ 9	Moduln endlicher Länge	226
§ 10	Der Satz von Krull und Schmidt	228

	Übungen	230
G	Projektive Moduln über artinschen Ringen	235
H	Frobenius-Algebren	240
J	Darstellungen von Köchern	245

IX Zentrale einfache Algebren

§ 1	Quaternionenalgebren	253
§ 2	Tensorprodukte von Algebren	259
§ 3	Zentrale Algebren	262
§ 4	Einfache Algebren	263
§ 5	Die Brauergruppe und Zerfällungskörper von Algebren	267
§ 6	Der Satz von Skolem & Noether und der Zentralisatorsatz	270
§ 7	Maximale Teilkörper	273
§ 8	Verschränkte Produkte	277
§ 9	Zyklische Algebren	287
	Übungen	290

X Ganze Ringerweiterungen und Dedekindringe

§ 1	Ganze Ringerweiterungen	297
§ 2	Dedekindringe und Körpererweiterungen	300
§ 3	Primidealzerlegung	302
§ 4	Zerlegungsgesetze	306
	Übungen	311
K	Die allgemeine lineare Gruppe über Ringen	315
Literatur	327
Index	331