

Inhaltsverzeichnis

1	Symmetriegruppen	1
1.1	Isometrien der Ebene und des Raums	5
1.2	Gruppen und Gruppenoperationen	20
1.3	Endliche Symmetriegruppen	39
1.4	Ergänzungen zu Kapitel 1	60
1.4.1	Reguläre Polyeder	60
1.4.2	Kristallographische Gruppen	61
1.4.3	Der Brouwersche Fixpunktsatz	63
2	Skalarprodukt und Vektorprodukt	65
2.1	Skalarprodukt von Vektoren	70
2.2	Das Vektorprodukt	74
2.3	Ergänzungen zu Kapitel 2	79
2.3.1	Divergenz, Gradient und Rotation	79
2.3.2	Die Lorentzkraft	80
2.3.3	Infinitesimale Drehungen	81
3	Das Parallelenaxiom	83
3.1	Axiome der Euklidischen Geometrie	88
3.2	Das Poincaré-Modell der hyperbolischen Ebene	98
3.3	Das Doppelverhältnis und die Längenmessung in der hyperbolischen Ebene	120
3.4	Die Winkelmessung in der hyperbolischen Ebene	137
3.5	Ergänzungen zu Kapitel 3	148
3.5.1	Das Beltrami-Klein-Modell	148
3.5.2	Bemerkungen zur Geschichte	150
3.5.3	Reduktion binärer quadratischer Formen und ebene Gitter	154
3.5.4	Elliptische Geometrie	164
4	Kegelschnitte	167
4.1	Normalformen	168
4.2	Brennpunkte und Brenngeraden	179
4.3	Schnitt eines Kegelschnitts mit Geraden oder anderen Kegelschnitten	189
4.4	Konfokale Kegelschnitte	198
4.5	Die Sätze von Pascal und Brianchon	208
4.6	Dualität	219
4.7	Ergänzungen zu Kapitel 4	230
4.7.1	Gleichungen von Kegelschnitten in Polarkoordinaten	230

4.7.2	Kepler'sche Ellipsen	233
4.7.3	Die Dandelin'schen Kugeln	235
4.7.4	Billiards	236
4.7.5	Der Poncelet'sche Schließungssatz	241
4.7.6	Affine Klassifikation von Kegelschnitten und affine Kurven . .	241
4.7.7	Die projektive Ebene	244
5	Quadriken in $\mathbb{R}^3$	250
5.1	Hauptachsentransformation für quadratische Formen	251
5.2	Normalformen	257
5.3	Geraden auf einem einschaligen Hyperboloid	263
5.4	Lorentz-Geometrie	278
5.5	Ergänzungen zu Kapitel 5	291
5.5.1	Der Trägheitstensor	291
5.5.2	Eine Beziehung zwischen Lorentz-Geometrie und hyperboli- scher Geometrie	292
5.5.3	Die Schläfli'sche Doppelsechs und kubische Flächen	296
6	Die Geometrie der Gruppe $SO(3)$	300
6.1	Eulersche Winkel	303
6.2	Die Liealgebra $\mathfrak{so}(3)$	307
6.3	Die stereographische Projektion	311
6.4	Die Pauli-Matrizen	320
6.5	Ein Weg in $SO(3)$, der nicht zusammenziehbar ist	324
6.6	Die Fundamentalgruppe	329
6.7	Die Hopfababbildung	340
6.8	Ergänzungen zu Kapitel 6	345
6.8.1	Die Bewegung eines Kreisels	345
6.8.2	Quaternionen	347
6.8.3	Endliche Untergruppen von $SU(2)$	349
6.8.4	$SL(2, \mathbb{C})$ und $SO^+(3, 1)$	350
6.8.5	Die Zopfgruppe als Fundamentalgruppe	353
	Anhang A: Vorkenntnisse	354
	Anhang B: Hinweise zum Literaturverzeichnis	359
	Literaturverzeichnis	360
	Index	368